

DESCOMPOSICIÓN GENÉTICA DE LA COORDENADA CARTESIANA: UNA MIRADA DESDE LA TEORÍA DE APOE

Jackson Sandoval

jacksonrosmirsandovalgarcia150@gmail.com

Doctorando - Universidad de los Andes

Liceo Bolivariano Mariscal Antonio José de Sucre, Ministerio del Poder Popular para la Educación Municipio Guásimos, estado Táchira, Venezuela

RESUMEN

La enseñanza de las coordenadas cartesianas representa un desafío para los docentes del cuarto grado de educación básica primaria, pues los mismos deben diseñar sistemas de representación gráfica, en donde transforman un objeto matemático a un sistema de representación entendible para el estudiante. Bajo esta premisa, se tomó como referencia en esta experiencia la propuesta teórica APOE (Acción, Proceso, Objeto, Esquema). La práctica se sustenta bajo el paradigma cognitivista, como una vía metodológica para comprender el aprendizaje y la interacción de los significados matemáticos, así como también los procesos cognitivos tales como: interiorización, coordinación, encapsulación y generalización. En este sentido, se refieren cuatro fases para acceder a la construcción final de un esquema de representación de la coordenada cartesiana: (a) Diagnóstico: entrevista con la docente participante y observación de las clases, a fin de revelar patrones, (b) Construcción de la descomposición genética DG, tomando como referencia elementos teóricos e insumos derivados de la fase diagnóstica, (c) Aplicación de la DG, y (d) Resultados de la aplicación de la DG. Se encontró que la DG representa una estrategia de enseñanza y aprendizaje favorable de las coordenadas cartesianas, y permite al docente comprender los procesos cognitivos implícitos en el estudiante e intervenir en cada una de las etapas de abstracción reflexiva.

Palabras clave: Descomposición genética, coordenada cartesiana, teoría de APOE, educación básica primaria.

GENETIC DECOMPOSITION OF THE CARTESIAN COORDINATE: A LOOK FROM THE APOE THEORY

ABSTRACT

The teaching of Cartesian coordinates represents a challenge for teachers of the fourth grade of primary basic education, since they must design semiotic representation systems, where they transform a mathematical object into an understandable representation system for the student. Under this premise, the theoretical proposal APOE (Action, Process, Object, and Scheme) was taken as a reference in this experience. The practice is based on the cognitive paradigm, as a methodological way to understand the learning and interaction of mathematical meanings, as well as cognitive processes such as: internalization, coordination, encapsulation and generalization. In this sense, four phases are referred to access the final construction of a representation scheme of the Cartesian Coordinate: (a) Diagnosis: interview with the participating teacher and observation of the classes in order to reveal patterns, (b) Construction of the DG genetic decomposition, taking as reference theoretical elements and inputs derived from the diagnostic phase, (c) DG application, and (d) Results of the application of the DG. It was found that DG represents a favorable teaching and learning strategy of Cartesian Coordinates, and allows the teacher to understand the cognitive processes implicit in the student, and intervene in each of the stages of reflective abstraction.

Keywords: Genetic decomposition, Cartesian Coordinate, APOE theory, primary basic education.

DECOMPOSIÇÃO GENÉTICA DA COORDENADA CARTESIANA: UMA OLHADA A PARTIR DA TEORIA APOES

RESUMO

O ensino de coordenadas cartesianas representa um desafio para os professores da quarta série do ensino fundamental, pois devem projetar sistemas de representação gráfica, onde transformem um objeto matemático em um sistema de representação compreensível para o aluno. Sob essa premissa, a proposta teórica APOE (Ação, Processo, Objeto, Esquema) foi tomada como referência nesta experiência. A prática baseia-se no paradigma cognitivo, como forma metodológica de compreender a aprendizagem e interação de significados matemáticos, bem como processos cognitivos como: internalização, coordenação, encapsulamento e generalização. Nesse sentido, são referidas quatro fases para acessar a construção final de um esquema de representação da coordenada cartesiana: (a) Diagnóstico, entrevista com o professor participante e observação das aulas, a fim de revelar padrões, (b) Construção da decomposição genética (DG), tomando como referência elementos teóricos e insumos derivados da fase de diagnóstico, (c) Aplicação do DG e (d) Resultados da aplicação do DG. Constatou-se que o DG representa uma estratégia de ensino-aprendizagem favorável às coordenadas cartesianas, e permite ao professor compreender os processos cognitivos implícitos no aluno e intervir em cada uma das etapas da abstração reflexiva.

Palavras-chave: decomposição genética, coordenada cartesiana, teoria da APOE, educação primária básica.

Recibido: 15 de mayo de 2021 | **Aceptado:** 23 de junio de 2021

Introducción

La enseñanza aprendizaje de la Matemática representa un campo de enormes implicaciones sociales y culturales en la sociedad contemporánea. Cada vez más son los países que invierten esfuerzos y recursos para que el aprendizaje de esta disciplina, sea exitoso y contribuya en definitiva a elevar el desarrollo científico y tecnológico de las naciones.

Ahora bien, uno de los temas que se presentan son las coordenadas cartesianas, la cual representa un reto para los docentes y estudiantes, pues los primeros deben promover la competencia que desarrollen las relaciones espaciales y no siempre encuentran las estrategias didácticas más idóneas, y por el otro lado los estudiantes cuando se enfrentan por primera vez a situaciones cotidianas en donde se hace uso de coordenadas cartesianas, los mismos muestran dificultad para trasladar lo que sucede en la realidad a un lenguaje matemático o viceversa (Martínez, 2017; González, 2019).

En base a esta situación se tomó como referencia la propuesta teórica APOE (Acción, Proceso, Objeto, Esquema) desarrollada por Dubinsky (1991), en la cual se elaboran procesos cognitivos tales como: interiorización, coordinación, encapsulación y generalización.

A partir de aquí, la propuesta de una descomposición genética (DG) de la coordenada cartesiana, pretende comprender los mecanismos subyacentes a nivel cognitivo del estudiante, asimismo que pueda facilitar al docente los procesos de enseñanza aprendizaje de la coordenada cartesiana, en este sentido cabría preguntarse si ¿La DG de la coordenada cartesiana puede facilitar el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes?

En este sentido, la presente investigación tuvo como objetivo principal Proponer una DG de la coordenada cartesiana, que facilite el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes de cuarto grado de Educación Básica, en la Escuela Bolivariana Santa Filomena NER 533. A continuación, el presente extenso se divide en cuatro partes a saber: (1) Elementos teóricos conceptuales y referenciales; (2) Marco metodológico; (3) Conclusiones y recomendaciones, (4) Propuesta.

1. Elementos teóricos conceptuales y referenciales

1.1 Teoría de APOE

La teoría APOE (Acción, Proceso, Objeto, Esquema) tiene como base la epistemología genética de Piaget, donde se estudia las acciones y procesos desde un objeto de conocimiento (Kú, Trigueros y Oktaç, 2008). Esta teoría tiene como soporte una perspectiva constructivista, en la cual se concibe la construcción del conocimiento desde cuatro etapas fundamentales (García y Parraguez, 2015): acción, proceso, objeto y esquema.

La **acción** representa la percepción o acción externa que recibe un estudiante cuando se enfrenta a un objeto, en ella el docente explica los pasos a seguir, el planteamiento o propuesta de solución de un problema, esta etapa se considera muy limitada en la construcción mental (Dubinsky, 1996).

El **Proceso** se presenta como el conjunto de acciones que el estudiante realiza de forma autónoma, aun cuando no le otorgue un significado al mismo. Por otra parte, el **objeto** agrupa al conjunto de procesos, se utiliza de forma autónoma, o como base para otros procesos (Núñez y Kú, 2015).

Por último, se encuentra el **esquema**, representa la etapa más compleja de construcción, pues allí el concepto matemático se ha comprendido, y se puede hacer uso del mismo en cualquier momento sin apoyo (Dubinsky, et al, 2013). Ahora bien, en estas etapas intervienen los siguientes mecanismos mentales, considerados por Piaget como abstracciones reflexivas, los mismos se realizan en la mente de los estudiantes, y se suscitan de manera cíclica (Núñez y Kú, 2015) entre estas se tienen:

Interiorización: es el primer camino en los procesos mentales, aquí se establece una negociación interpsicológica sobre los objetos cognitivos, es decir el estudiante a partir de posibles experiencias previas evoca el conjunto de los números naturales N , las relaciones de orden en N , o los recuerdos sobre la ubicación de direcciones, utilizando como referencia elementos gráficos tales como calles, avenidas o plazas, esto como una etapa incipiente.

Coordinación: esta etapa requiere una demanda cognitiva un poco más elevada, y se presenta cuando

el estudiante repite varias veces una construcción sobre el objeto cognitivo, relacionando una experiencia previa con otras, para dar lugar a un nuevo proceso, en este caso el estudiante evoca los números naturales N y lo asocia con las nuevas situaciones que le presenta el docente como el plano cartesiano, un mapa o un croquis, en este punto el mismo reflexiona, relaciona dos o más acciones, pero no necesariamente por un estímulo externo (Maturana y Parraguez, 2015).

Encapsulación: es la etapa del proceso cognitivo más elevada, pues una vez que el estudiante ha interiorizado y realizado una transformación mental de un objeto dinámico, pasa a una etapa de un *objeto* cognitivo estático, encapsulándolo en un objeto, es decir se pasa de una serie de representaciones y experiencias previas, tales como el conjunto de los números naturales, relaciones de orden en N , nociones sobre teoría de conjuntos, hacia una representación más estática en donde ha interiorizado los siguientes dos objetos.

En el primero comprende el concepto de par ordenado (a,b) donde a se llama la primera componente del par ordenado (a,b) y b como la segunda componente. En segundo lugar, percibe de manera muy intuitiva la noción de plano cartesiano, tomando como base el conjunto N^2 que consiste de todos los pares ordenados de números naturales para representar un plano, esto como inicio a la introducción sobre el concepto de plano cartesiano en el cuarto grado de Educación Básica.

Por último, se tienen dos *mecanismos*: el primero llamado **desencapsular** (Roa y Oktaç, 2010) donde el estudiante una vez que halla construido el objeto matemático, el mismo estará en capacidad de volver sobre los pasos previos que lo originaron realizando las transformaciones necesarias, y el segundo mecanismo llamado **generalización** (Vargas, González y Llinares, 2011), en ella el estudiante puede reconocer el objeto en una variedad de contextos socioculturales donde se desenvuelve, otorgándole un significado especial al mismo. En esta etapa el niño puede aplicar a los objetos "plano cartesiano" y "par ordenado" una aplicación en diferentes contextos de la vida cotidiana, otorgando un significado que genera un nuevo conocimiento, o modificando los existentes, activando los esquemas cognitivos del mundo que le rodea (Piaget, 1980).

1.2 Competencias Matemáticas

La competencia y el desarrollo de habilidades matemáticas, comprenden hoy y siempre un binomio de elementos que están presentes dentro del Sistema Educativo, puesto que son parte de los fines y las metas de la Educación, es decir cualquier país busca que sus ciudadanos se formen como seres críticos, reflexivos, que aprendan a aprender y a poner el conocimiento al servicio de la sociedad.

En este sentido, Godino (2002) manifiesta que la competencia matemática, entendida como capacidad para realizar adecuadamente tareas matemáticas específicas, debe complementarse con la comprensión matemática de las técnicas necesarias para realizar las tareas y de las relaciones entre los diversos contenidos y procesos matemáticos puestos en juego.

Asimismo, la OCDE (2003) se define la competencia como la capacidad para responder exitosamente a las exigencias individuales o sociales o para realizar una actividad o tarea. Este enfoque externo, orientado a la demanda, tiene la ventaja de colocar al frente las exigencias personales y sociales que enfrentan los individuos.

En esta perspectiva, en cuanto a las competencias matemáticas que los docentes deben fomentar en los estudiantes, en el informe de la OCDE (2003) se plantean las siguientes:

- 1) **Pensamiento y Razonamiento:** La primera competencia se refiere a los espacios del conocimiento, en donde los estudiantes realizan sus tareas cuando trabajan en Matemáticas. Formular las preguntas más simples (¿cuántos...?; ¿cuánto es...?), y comprender las diversas respuestas (tantos, tanto); distinguir entre definiciones y afirmaciones; comprender y usar conceptos matemáticos en el mismo contexto en el que se emplearon por primera vez o en otros; comprender y tratar la amplitud y los límites de los conceptos matemáticos dados y generalizar los resultados.
- 2) **Justificación:** La segunda tiene que ver en cómo esos estudiantes justifican esas respuestas, entre ellos los procesos de cálculo, los enunciados y los resultados; seguir y evaluar el encadenamiento de los argumentos matemáticos de diferentes tipos; tener el sentido de la heurística, es decir buscar la solución de un problema mediante métodos no

rigurosos, como por tanteo o reglas empíricas.

3) **Comunicación:** La tercera competencia se presenta cuando los estudiantes codifican y decodifican las ideas o expresiones matemáticas, bien sea producciones propias o de terceros; reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares, mencionando cálculos y resultados, normalmente de una o más formas posibles, hasta explicar asuntos que impliquen relaciones.

4) **Estructura Conceptual:** La cuarta competencia tiene con el uso de los significados y procedimientos, ya que estos se encuentran como soporte de la estructura conceptual; conocer y ser capaz de emplear soportes y herramientas familiares en textos, situaciones y procedimientos similares a los ya conocidos y practicados a lo largo del aprendizaje.

5) **Representación:** La quinta competencia tiene que ver con la interpretación de las distintas formas de plasmar esos significados y procedimientos; seleccionar y cambiar entre diferentes formas de representación de las situaciones y objetos matemáticos y traducir y diferenciar entre ellas; también implica combinar representaciones de manera creativa e inventar nuevas.

6) **Modelización:** En esta competencia intervienen procesos como reconocer, recopilar, activar y aprovechar modelos familiares bien estructurados; pasar de los diferentes modelos a la realidad y viceversa para lograr una interpretación; comunicar de manera elemental los resultados del modelo.

7) **Fenomenología:** Exponer y formular problemas mucho más allá de la reproducción de los problemas ya practicados de forma cerrada; resolver tales problemas mediante la utilización de procedimientos y aplicaciones estándar, pero también de procedimientos de resolución de problemas más originales que implican establecer conexiones entre distintas áreas matemáticas y formas de representación y comunicación. También conlleva reflexionar sobre las estrategias y las soluciones.

1.3 Currículo Básico Nacional Bolivariano CNB

La concepción de la Matemática en el currículo del Sistema Educativo Bolivariano SEB, tiene como referen-

Jackson **Sandoval**

cia la interconexión con diversas disciplinas y áreas, en este sentido la enseñanza de la Matemática se orienta en tres ejes: desarrollar lo metódico, el pensamiento ordenado y el razonamiento lógico (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2007).

Ahora bien, entre el componente que está plasmado en el CNB para cuarto grado se encuentra: (a) interpretación, aplicación y valoración de los números, las medidas, el espacio y los procesos estadísticos. Asimismo, entre los contenidos plasmados en el CNB que tienen relación con el desarrollo de la propuesta se tienen: La geometría y las mediciones: identificación y construcción del sistema de coordenadas, graficación de figuras geométricas en el primer cuadrante del plano cartesiano.

2. Marco Metodológico

La investigación se enmarcó en el paradigma cognitivista, pues el mismo se enfoca únicamente en habilidades de procesamiento de información (Fragoso, 2015), es decir en la presente investigación se elaboró una representación mental basada en la propuesta teórica de APOE, bajo un diseño de campo. En cuanto a los sujetos de investigación, se seleccionó una muestra censal de 16 estudiantes junto a la docente del cuarto grado de la Escuela Bolivariana Santa Filomena NER 533, en el municipio Guásimos, estado Táchira, año escolar 2018-2019. Los mismos fueron seleccionados en base a tres criterios: (a) La muestra pertenece al nivel educativo específico en el cual se realiza la investigación, respondiendo a los criterios establecidos a priori por el investigador, (b) El investigador presenta acceso al campo de investigación, (c) La docente participante mostraba disposición para colaborar activamente en el estudio.

Ahora bien, en cuanto a las técnicas e instrumentos utilizados fueron la entrevista al docente y la observación a los estudiantes (diario de campo, guion de entrevista).

Por otro lado, la investigación se desarrolló en cuatro etapas fundamentales:

- a. Diagnóstico:** esta etapa es crucial en el proceso de investigación, pues se realizó una revisión teórica, epistemológica, instruccional, perspectivas futuras de investigación, así como también se presentan los problemas que enfrentan los docentes cuando abordan el tema.

Se inicia con una revisión epistemológica del concepto de coordenada cartesiana, se afirma que el mismo tuvo una evolución lenta, que comenzó con los conceptos primitivos de punto, recta y plano en la Antigua Grecia hace más de 2000 mil años (Rojas, 2016), hasta llegar al siglo XVII con los aportes del filósofo y matemático francés René Descartes, quien realiza una magistral vinculación del Álgebra y la Geometría de la cual surge la Geometría Analítica (Malisani, 1990), y en ella el uso de las coordenadas ortogonales o coordenadas cartesianas en referencia al matemático.

Asimismo, se reconoce la contribución inicial en este campo de la Geometría Analítica al matemático francés Pierre de Fermat, quien de forma paralela realizó investigaciones en esta área (Youschkevitch, 1976). Actualmente las perspectivas en torno al tema, se orientan a desarrollar experiencias significativas para la enseñanza del plano cartesiano desde la interculturalidad (Gavarrete y Albanese, 2018) y otras que están vinculadas al uso de las TIC como herramienta de enseñanza aprendizaje (González, 2019; Montenegro, 2021).

En el aula de clases la docente manifestó que se presentan problemas en el aprendizaje de la Geometría, pues los estudiantes expresan apatía y desinterés en el tema, así como pocas nociones para determinar distancias entre dos puntos, algunos autores como Alape (2021) manifiestan que esta situación tal vez se deba a un predominio por parte de los docentes en la enseñanza de la Aritmética, Álgebra, y en una menor proporción la Geometría.

Por otra parte, también se realizó una revisión a los contenidos de Coordenadas Cartesianas presentes en los libros de Matemáticas de para cuarto Grado de Educación Primaria: uno perteneciente a la Colección Bicentenario, área de Matemática (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2014) y el otro perteneciente a la Editorial Santillana (empresa privada).

El primero de ellos comienza con la explicación intuitiva del concepto de Croquis y los de un plano para representar una serie de objetos (casas,

parques, ciudades, jardines), luego extrapolan el concepto al plano de una casa con sus respectivas distribuciones, para ir avanzando a representaciones más complejas como la de ubicar diferentes espacios en una cuadrícula. Es de destacar que los contenidos del Plano Cartesiano inician casi a la mitad del libro, por otro lado un elemento que llama la atención, es la propuesta para construir un Geoplano (material concreto de madera y clavos para representar polígonos) (ver Figura 1).

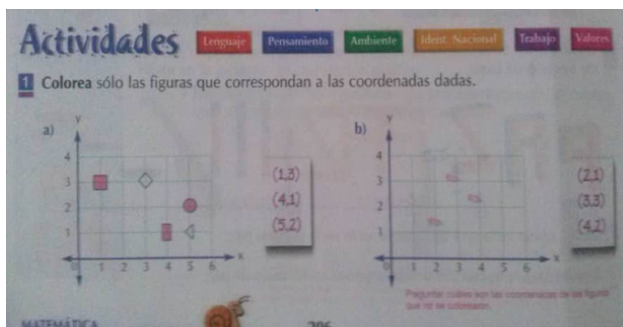
Figura 1



Nota: Tomado de Colección Bicentennial Matemática, MPPE (2014).

En el libro de texto de Editorial Santillana, la posición en la que aparecen los contenidos del Plano Cartesiano no varía mucho con respecto a la versión gubernamental, no obstante, el enfoque instruccional cambia ligeramente, pues en este a pesar de que se realizan aspectos introductorios alusivos a los recorridos que realiza una persona, el enfoque es más directo en cuanto a la representación de puntos en el plano (ver Figura 2).

Figura 2



Nota: Tomado de Nueva Guía Caracol. (2010). Matemática. Ed. Santillana

Se explicó a la docente participante la información necesaria para cumplir con los objetivos del estudio, lue-

go se aplicó un diagnóstico a los estudiantes de cuarto grado, en el cual se identificaron patrones, tendencias y construcciones mentales que permitieron diseñar una *DG* de la coordenada cartesiana y los objetos dinámicos asociados al mismo, en esta etapa la docente titular llevó a cabo el diagnóstico con la finalidad de que los estudiantes no se sintieran cohibidos por la presencia del investigador, más adelante se entrevistó a la docente participante, con la finalidad de indagar su experiencia en relación a la enseñanza de la coordenada cartesiana y el par ordenado.

Asimismo, se realizó un registro en un diario de campo las incidencias más notables durante la clase de matemática. Esta etapa presentó una duración de cuatro jornadas (4 mañanas), entre las 10:00-11:30 am, en el ambiente de aprendizaje de cuarto grado.

b. Construcción de la *DG*: tomando como referencia los elementos presentados en el diagnóstico, los postulados conceptuales de la teoría de APOE, el CNB, los aportes teóricos conceptuales presentes en los textos instruccionales, lo revelado en la observación, así como los aportes realizados por los estudiantes, se elaboró una propuesta de la *DG* para la enseñanza de las coordenadas cartesianas, que permitiera afianzar las competencias matemáticas de los estudiantes del cuarto grado y al mismo tiempo sirviera de apoyo al docente participante en el procesos de enseñanza aprendizaje de la disciplina. Esta etapa se realizó en tres días.

c. Aplicación de la *DG*: en esta etapa se aplicó el modelo de *DG* al grupo participante en el estudio. Se explicó a la docente la secuencia de la *DG* iniciando con elementos introductorios alusivos al contexto sociocultural de los estudiantes (ubicando parques, plazas, avenidas). En esa introducción se empleó una definición intuitiva de conjunto, y dentro de ella se habló sobre los números naturales como un conjunto que responde a la descripción realizada.

En ese proceso de enseñanza aprendizaje uno de los requisitos de la propuesta de *DG* es establecer la relación de orden en el conjunto de los números naturales, lo cual se realiza de forma intuitiva a través de ejemplos de la vida cotidiana, emplean-

do la edad, el dinero que tenían, entre otros ejemplos, pues esta noción aún requiere un proceso de maduración más formal que se presentará cuando cursen Matemática en primer año de Educación Media General.

Luego se presentó una extensión del conjunto \mathbf{N} para construir lo que se conoce como el plano cartesiano, haciendo alusión a la recta que representa el eje de las x y al eje de la y respectivamente. Finalmente, la docente presentó la notación de par ordenado asociando dos valores diferentes en el conjunto \mathbf{N} para asociarlo a un punto en el plano cartesiano. Presentó varios ejemplos en la pizarra acrílica, y a sugerencia del investigador se dividió el primer cuadrante del plano cartesiano con varios puntos equidistantes emulando un Geoplano. La actividad se desarrolló en una jornada entre las 10:00-11:40 am aprox.

d. Resultados de la aplicación de la DG: los estudiantes al inicio de la experiencia mostraron cierta timidez a participar en las preguntas que realizaba la docente, sin embargo poco a poco levantaban la mano para participar en la actividad. En el fragor de la experiencia surgió una pregunta por parte de un estudiante “sobre que había más allá del cero” hacia la izquierda, para lo cual la docente dudó un poco en responder, bien sea porque esperaba la aprobación del investigador para contestar o no sabía como explicar la situación.

El investigador intervino expresando que más allá del cero se encontraba otro pequeño conjunto de números que complementa al que se acababa de ver, y que lleva por nombre Conjunto de los números Enteros, pero que eso se vería más adelante, pues se consideró no saturar de contenidos a los niños, y apegarse a los objetivos del estudio. Sin embargo, esta situación advierte que los estudiantes por deducción lógica pueden construir otro conjunto numérico (Servelión, 2016). Finalmente, otra situación que surgió durante el desarrollo de la actividad fue que algunos niños confundían la convención establecida para el par ordenado (x,y) , por (y,x) , no obstante la maestra magistralmente empleó una estrategia nemotéc-

nica para indicar que en el abecedario primero se encuentra la x , y luego la letra y .

3. Conclusiones y recomendaciones

La propuesta de una *DG* de la coordenada cartesiana que facilite el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes de cuarto grado de Educación Básica, arrojó las siguientes conclusiones que son en todo caso aplicables a este escenario de investigación:

1. La *DG* de la coordenada cartesiana representa una estrategia de enseñanza aprendizaje, y se presenta como un mecanismo que promueve aprendizajes significativos en los estudiantes.
2. Una *DG* es solo una vía hipotética, de un conjunto de posibles representaciones mentales en la cual el docente puede dar sentido a los distintos procesos cognitivos y metacognitivos que subyacen en el aprendizaje de la Matemática, entendiendo este último como el conocimiento que presenta cada individuo sobre su propio aprendizaje y las tareas que ejecuta para alcanzarlo, siendo esta la habilidad superior más importante (Otondo y Torres, 2020).
3. Una *DG* representa una oportunidad para mejorar la práctica pedagógica del docente de Educación Básica.
4. La competencia Representación se fortaleció en los estudiantes del cuarto grado al desarrollar una *DG*, pues se presentó la oportunidad de plasmar la notación numérica, transformarla al par ordenado, para luego representarla en un gráfico.
5. Al comprender los procesos cognitivos implícitos en una *DG*, el docente puede intervenir en cada una de las etapas de las abstracciones reflexivas y fortalecer aquellas fases que presenten debilidad en los estudiantes.
6. La *DG* se presenta como un objeto de enseñanza eficaz para el docente, pues debe pasar por un conjunto de arreglos al que se denomina *transposición didáctica* (Chevallard, 1985).

Recomendaciones

- a. La introducción del sistema de coordenadas cartesianas en cuarto grado de Educación Básica

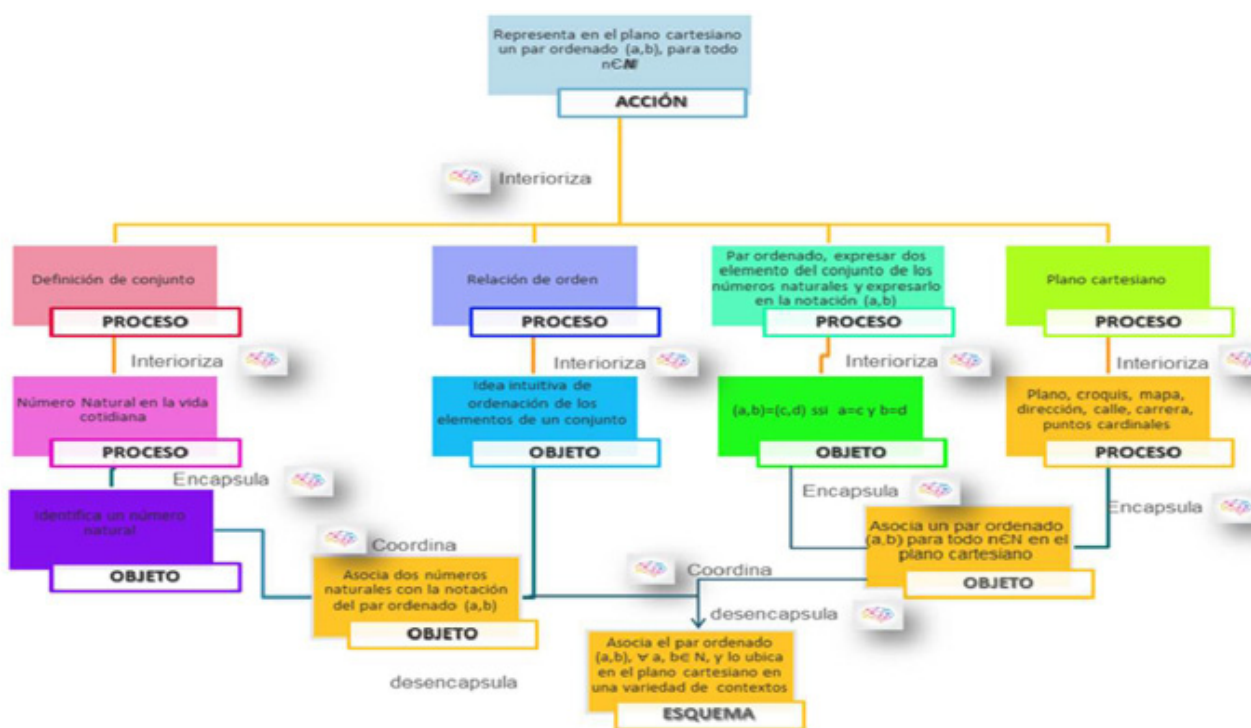
debe realizarse de forma progresiva, pues los estudiantes se encuentran en el *periodo de operaciones concretas* denominado así por Piaget, y en el mismo los niños presentan dificultades con el razonamiento deductivo, el cual implica un principio de generalización con la finalidad de predecir un resultado (Piaget, 1980).

- b. Los procesos cognitivos que desarrollan los estudiantes para el aprendizaje de un tópico en Matemática dependen en gran medida del contexto sociocultural, ya que el sistema de creencias y va-

lores que tiene un individuo se construyen en la interacción social, de esta manera cada docente debe explorar los procesos cognitivos que presentan los estudiantes durante las clases y organizar en función de éstas, una *DG* favorable para el aprendizaje de la Matemática.

4. Propuesta

A continuación, se presenta en el Figura 3, la *DG* de la coordenada cartesiana.



Referencias

- Alape, D. (2021). *Enseñanza de rotación, traslación y principios del plano cartesiano para niños y niñas de grado quinto. Una propuesta didáctica*. (Trabajo de Grado) Colombia: Universidad Antonio Nariño.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Colección Bicentenario, MPPE (2014). *Matemática 4to grado*. Caracas:MPPE
- Dubinsky, E. (1991). Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking, En D. Tall. (Ed.). *Advanced Mathematical Thinking, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers*, 95-123.
- Dubinsky, E. (1996), *Introduction to Discrete Mathematics with ISETL*, Nueva York, Springer Verlag.
- Dubinsky, E., Arnon, I., Cottrill, J., Oktaç, A., Roa-Fuentes, S., Trigueros, M. & Weller, K., (2013). *APOS theory—a framework for research and curriculum development in mathematics education*. New York: Springer.

Jackson **Sandoval**

- Fragoso, R. (2015). Inteligencia emocional y competencias emocionales en educación superior, ¿un mismo concepto?. *Revista Iberoamericana de Educación Superior*, 6(16), 110-125. Recuperado en 14 de julio de 2021, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2007-28722015000200006&lng=es&tlng=es.
- García, I., y Parraguez, M. (2015). Refinamiento de una descomposición genética para el concepto de inducción matemática. En Flores, Rebeca (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 766-774). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Gavarrete, M. E., y Albanese, V. (2018). Abordar la ubicación espacial y el plano cartesiano desde la Interculturalidad. *Uno - Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 82, 23-30.
- Godino, D. J. (2002). Competencia y comprensión matemática: ¿qué son y cómo se consiguen? *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 29, 9-19.
- González, A. (2019). *Propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de coordenadas, mediante el uso de un software interactivo*. (Trabajo de Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Colombia).
- OCDE. (2003). *The definition and selection of key competences. [La definición y selección competencias claves]*. Recuperado de Internet de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE):<http://www.oecd/dataoecd/47/61/35070367.pdf>
- Kú, D., Trigueros, M. y Oktaç, A. (2008). Comprensión del concepto de base de un espacio vectorial desde el punto de vista de la teoría APOE. *Educación Matemática*, 20(2), 65-89.
- Malisani, E. (1990). La geometría cartesiana. *Revista de Educación Matemática*, 5(2), pp. 15-24 .
- Martínez, K. (2017). *Secuencia Didáctica Para El Fortalecimiento De La Enseñanza Aprendizaje Del Plano Cartesiano En Los Estudiantes Del Grado Quinto De Primaria De La Fundación Educativa Santa Isabel De Hungría Sede Alfonso López*. Cali – Colombia. (Trabajo de Grado).
- Maturana, I. y Parraguez, M. (2015). APOE y la Generalización como Estrategia Cognitiva para el Aprendizaje en Técnicas de Conteo. *Conferencia interamericana de Educación Matemática*.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación (2007). *Currículo del Subsistema de Educación Primaria Bolivariana*. Caracas: MPPE
- Monterroza, L. S. (2021). GeoGebra y el desarrollo del pensamiento espacial: una oportunidad de innovación en la práctica educativa. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 5(4), 4388-4405.
- Nueva Guía Caracol. (2010). *Matemática*. Caracas: Ed. Santillana
- Núñez, D., y Kú, D. (2015). La teoría APOE en el desarrollo de competencias matemáticas en secundaria.
- Otondo, M., y Torres, M. (2020). Habilidades metacognitivas de organización en educación superior. *Revista Cubana de Educación Superior*, 39(2), e14. Epub 01 de agosto de 2020. Recuperado en 30 de marzo de 2022, de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0257-43142020000200014&lng=es&tlng=es.
- Piaget, J. (1980). Teoría del desarrollo cognitivo de Piaget. *Creative Commons Attribution-Share Alike*, 3, 1-13.
- Roa, S., y Oktaç, A. (2010). Construcción de una descomposición genética: Análisis teórico del concepto transformación lineal. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 13(1), 89-112.
- Rojas, C. (2016). *Introducción a la geometría*. Bogotá: Universidad del Norte.
- Servelión, J. (2016). *Dos Educadores Matemáticos Y Una Didáctica*. (Trabajo de Doctorado en Educación Matemática). Maracay: UPEL,
- Vargas Hernández, J., González Astudillo, M. T., y Llinares Ciscar, S. (2011, October). Descomposición genética de la función exponencial: mecanismos de construcción (CO). In XIII *CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*.
- Youschkevitch, A. P. (1976). Le concept de fonction jusqu'au milieu du XIXème siècle. J. L. Ovaert et D. Reisz (Eds.) *Fragments d'histoire des mathématiques*, 41, pp. 7- 68